



1) Zjednodušte (předpokládejte přípustné hodnoty proměnných):

a) $\sqrt[4]{\frac{ab^{-1}}{\sqrt{a^3}}} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt[4]{a}}{b^2\sqrt{b^{-5}}}}$

b) $\frac{\sqrt{2\sqrt{2}}}{\sqrt{3\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt[5]{c^{-4}} \cdot \sqrt{c}}{\sqrt[10]{c^{-7}}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{3}{4}}$

2) Dělte:

a) $[2b^2 - b - (b^2 - 1)] : (2b - 1)$

b) $(-15m^2 + 23m - 4) : (1 - 5m)$

3) Rozložte na součin:

a) $5px + 10p + 2r + rx$

b) $35 + m^3 - 5m^2 - 7m$

c) $(k + 5)^2 - (9 - p)^2$

4) Zjednodušte:

a) $\frac{36 - (k+5)^2}{2 - 2k^3} : \frac{55 + 5k}{k^3 + k^2 + k}$

b) $\left(\frac{2n-1}{n^2-1} - \frac{2}{n} + \frac{3}{2n^2+2n}\right) : \frac{1+n+n^2}{n^3-1}$

5) Upravte, stanovte podmínky řešitelnosti:

a) $\frac{\frac{3a^2}{a^2-1} + 1}{1 + \frac{a}{a-1}}$

b) $\left[\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) \cdot \frac{1}{a^2 + 2ab + b^2} + \frac{2}{(a+b)^3} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right] : \frac{a-b}{a^3b^3}$

c) $\left(\frac{x^2+y^2}{x} + y\right) : \left[\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right) \cdot \frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}\right]$

d) $\frac{(a^2-b^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (a-b)^{\frac{2}{3}}}{[(a-b)^4 \cdot (a+b)^5]^{\frac{1}{6}}} : \left[\frac{a^2-b^2}{(a-b)^{-1}(a+b)^2}\right]^{\frac{1}{3}}$

e) $\left(\frac{6a^3+48a}{a^3+64} - \frac{3a^2}{a^2+16-4a}\right) : \left(\frac{1}{a+4} - \frac{1}{a-2}\right)$

f) $\left(a\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{1-\sqrt{\frac{b}{a}}}\right) : \frac{b+\sqrt{ab}}{b\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)}$

g) $\frac{(x+x^{-1})^{-3} + (x-x^{-1})^{-3}}{(x^2-x^{-2})^{-3}}$



Řešte v \mathbf{R} :

6) $x^2 + (2\sqrt{3} + 1)x + 3 + \sqrt{3} = 0$

7) $(1 - x^2)^2 - 2(x^2 - 1) + 1 = 0$

8) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

9) $\sqrt{2x + 7} + \sqrt{x - 5} = \sqrt{3x + 2}$

10) $3\sqrt{x + 5} - 5 = x$

11) $\sqrt{-x} - \sqrt{1 - x} = 1$

12) $\sqrt{x} + x = 2$

13) $\log_2(x + 1) = 3$

14) $\log_2 x = 3$

15) $\log x = 2 \log 5 + \log 4$

16) $\frac{\log_3(6x-2)}{\log_3(x-3)} = 2$

17) $\log_2(x + 7) - \log_2 x = 3$

18) $3^x + 3^{x+1} = 108$

19) $3^x + 3^{x+1} = 7 \cdot 4^x - 4^{x+1}$

20) $\sqrt[4]{4x} \cdot \sqrt[3]{2^{x-3}} = \sqrt[6]{16}$

21) $4^{2x} - 6 \cdot 4^x + 8 = 0$

22) $x(a - 1) + a(x + 4) = 2$, $a - \text{parametr}$

23) $xa^2 = a(1 + 3x) - 3$, $a - \text{parametr}$

24) $|x - 4| + |2x - 1| = |x| + 3$

25) $\frac{x+2}{3x-2} \leq 0$

26) $x^2 - 2x - 15 \geq 0$

27) $|3 - 4x| > 2$

28) Určete pro které hodnoty reálného parametru má kvadratická rovnice jeden reálný dvojnásobný kořen: $3c(x - 2) + 4x = 2(x^2 + 1)$, $c - \text{parametr}$

29) $x^2 - |x + 2| = x + 13$



Výsledky:

- 1) a) 1; b) $c^{\frac{2}{5}}$
- 2) a) $\frac{1}{2}b - \frac{1}{4} + \frac{3}{4(2b-1)}$; b) $3m - 4$
- 3) a) $(5p + r)(x + 2)$; b) $(7 - m^2)(5 - m)$; c) $(k + p - 4)(k - p + 14)$
- 4) a) $\frac{k}{10}$; b) $\frac{1}{2n}$
- 5) a) $\frac{2a+1}{a+1}, a \neq \pm 1, a \neq \frac{1}{2}$; b) $\frac{ab}{a-b}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq \pm b$; c) $\frac{xy^2}{x-y}, x \neq 0, y \neq 0, x \neq y$; d) $\frac{\sqrt[6]{(a-b)^5}}{a-b}, a - b > 0, a + b > 0$; e) $\frac{1}{2}a(2 - a), a \neq -4, a \neq 2$; f) $1, a > 0, b > 0, a \neq b$; g) $\frac{2(x^4+3)}{x}, x \neq 0, x \neq \pm 1$
- 6) $-\sqrt{3} - 1; -\sqrt{3}$
- 7) $\sqrt{2}; -\sqrt{2}$
- 8) 0.5
- 9) 5
- 10) -5; 4
- 11) -3
- 12) 1
- 13) 7
- 14) 8
- 15) 100
- 16) 11
- 17) 1
- 18) 3
- 19) 1
- 20) 2
- 21) 0.5; 1
- 22) $\left\{a = \frac{1}{2} \mid x \in \mathcal{R}; a \in \mathcal{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} \mid x \in \{-2\}\right\}$
- 23) $\{a = 0 \mid x \in \emptyset; a = 3 \mid x \in \mathcal{R}; a \in \mathcal{R} \setminus \{0, 3\} \mid x \in \{\frac{1}{a}\}\}$
- 24) $x \in \langle \frac{1}{2}, 4 \rangle$
- 25) $x \in \langle -2, \frac{2}{3} \rangle$
- 26) $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$
- 27) $(-\infty, \frac{1}{4}) \cup (\frac{5}{4}, \infty)$
- 28) $0; \frac{8}{3}$
- 29) $-\sqrt{11}; 5$