1. Zderivujte funkce:

$f(x) = 2x^3 + 5x^7 - x^8$ $[6x^2 + 35x^6 - 8x^7]$

$f(x) = arcsinx + arctgx, x \in (-1,1)$ $\left[\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{1+x^2}\right]$

$f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0$ $\left[\frac{2}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^3}}\right]$

$f(x) = 2^x - cotgx + \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}, x \in (0,\pi)$ $\left[2^x ln2 + \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{5x^{\frac{8}{5}}}\right]$

$f(x) = x^2 arctgx$ $\left[2xarctgx + x^2 \frac{1}{1+x^2}\right]$

$f(x) = e^x 3^x$ $[e^x 3^x + e^x 3^x ln3]$

$f(x) = x^2(x^3 - 2x + 1)$ $[x(5x^3 - 6x + 2)]$

$f(x) = x \ln x, \quad x > 0$ $[1 + lnx]$

$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$ $\left[\frac{lnx - 2}{2\sqrt{x}\ln^2 x}\right]$

$f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}, x \neq 0$ $\left[\frac{2e^x}{(1-e^x)^2}\right]$

$f(x) = \frac{x}{1-cosx}, x \in (0,2\pi)$ $\left[\frac{1 - cosx - xsinx}{(1-cosx)^2}\right]$

$f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ $\left[\frac{4x}{(x^2+1)^2}\right]$

$f(x) = \sin^3(3x+5)$ $[9\sin^2(3x+5)\cos(3x+5)]$

$f(x) = \sqrt{1 + \ln^2 x}$ $\left[\frac{lnx}{x\sqrt{1+\ln^2 x}}\right]$

$f(x) = arctg^2 x^2$ $\left[\frac{4xarctgx^2}{1+x^4}\right]$

$f(x) = \sqrt{x^2+1}$ $\left[\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right]$

2. Vypočtěte derivaci funkce *f(x)* v bodě x_0

$$f(x) = e^{\sqrt{x+1}}, x_0 = 0 \qquad \left[\frac{1}{2}e\right]$$

3. Vypočtěte druhé derivace

$$f(x) = \frac{cosx}{x} \qquad \left[f''(x) = \frac{2xsinx - (x^2-2)cosx}{x^3}\right]$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \qquad \left[f''(x) = \frac{6}{x^4}\right]$$

4. Vypočtěte první, druhou a třetí derivaci funkce $f(x) = \sqrt{x}$ v bodě x_0=1

$$\left[f'(1) = \frac{1}{2}; f''(1) = -\frac{1}{4}; f'''(1) = \frac{3}{8}\right]$$

5. Vypočtěte limity funkcí s užitím l'Hospitalovým pravidlem

a) $\lim_{x\to 0} \frac{1-cosx}{x^3+x^2-6x} =$

b) $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} =$

c) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-1}{x^4+1} =$

d) $\lim_{x\to\infty} e^{-x}x^2 =$

[a) 0; b) 0; c) 0; d) 0]

6. Vypočítejte parciální derivace podle x a y

$$f(x) = e^{x^2+y^2} \qquad \left[\frac{\partial f}{\partial x} = e^{x^2+y^2}\cdot 2x; \frac{\partial f}{\partial y} = e^{x^2+y^2}\cdot 2y\right]$$

$$f(x) = arctg\frac{x}{y} \qquad \left[\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{y}{x^2+y^2}; \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{x}{x^2+y^2}\right]$$